



**زیربرنامه:**

KWSST\_Sust\_Main

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **توسعه دهندگان** | مرتضی نامور |  |
| محمد حسین سعادت |  |
| **تهیه کنندگان مستند** | مرتضی نامور ، محمد حسین سعادت | |
| **تاییدکنندگان** | مرتضی نامور | |
| **تاریخ تنظیم سند** | 30/04/1395 | |
| **شناسه سند** | **MC5F130F1** | |
| **زبان برنامه‌نویسی** | **Fortran 90** | |

1. وظایف

این زیربرنامه، زیربرنامه اصلی مدل آشفتگی می­باشد که سایر زیربرنامه­ها در آن فراخوانده می­شوند و درنهایت نیز، لزجت گردابه­ای و بخش نوسانی سرعت یعنی  یا بعبارت دیگر  محاسبه می­گردد.

1. توضیحات و تئوری­ها

مدل آشفتگی یکی از مهمترین و پرکاربردترین مدل­های آشفتگی می­باشد که به صورت گسترده در جریان­های آیرودینامیکی مورد استفاده قرار می­گیرد. این مدل در سال 1994 و توسط منتر[[1]](#footnote-1) ارئه شد [1]. مدل ترکیبی از مدل استاندارد  و مدل است و به نحوی طراحی شده که از مزایای هر دو مدل استفاده کند. در ادامه به بررسی دقیق این مدل و معادلات حاکم بر آن خواهیم پرداخت.

مشکل اصلی مدل  ویلکاکس [2]، وابستگی و حساسیت شدید نتایج آن به شرایط جریان آزاد[[2]](#footnote-2) است به نحوی که تغییر مقدار  ورودی، باعث به وجود آمدن تغییرات شدید در نتایج این مدل می­شود. اما مزیت این مدل، عملکرد مناسب آن در نواحی نزدیک به دیوار و لایه مرزی می­باشد. [3]. در مقابل مدل  استاندارد [4]، در نزدیک دیوار کارایی مناسبی ندارد اما وابستگی کمتری به مقادیر کمیت­های آشفتگی در جریان آزاد دارد و جریان در نواحی دور از دیوار را نیز به خوبی مدل می­کند. مدل به نحویست که در نواحی نزدیک به دیوار مدل  فعال می­شود و در نواحی خارجی و دور از دیوار مدل فعال می شود. این امر با معرفی تابعی به نام تابع ترکیب[[3]](#footnote-3) () میسر می­شود. مقدار این تابع در نزدیکی دیوار، یک می­باشد و با دور شدن از دیوار مقدار آن کاهش پیدا می­کند و در خارج از لایه مرزی، مقدار آن به صفر می­رسد لذا در مدل نیازی به استفاده از تابع دیوار[[4]](#footnote-4) نمی­باشد. بنابراین مدل از مزایای هر دو مدل و بهره مند می­باشد [3]. لازم به ذکر است که این مدل، اساسا یک مدل آشفتگی رینولدز پایین[[5]](#footnote-5) است و همچنین توانایی تعیین نقطه گذرا[[6]](#footnote-6) را ندارد و فرض بر این است که جریان کاملا آشفته[[7]](#footnote-7) می­باشد [1].

پس به صورت خلاصه می توان مهمترین مزایای مدل را به صورت زیر بیان نمود [5]:

* نتایج مناسب در نواحی نزدیک به دیوار و لایه مرزی
* عدم حساسیت به مقادیر جریان آزاد، بر خلاف بسیاری دیگر از مدل­های آشفتگی
* عملکرد مناسب در نواحی نزدیک به نقطه سکون[[8]](#footnote-8)
* عملکرد مناسب در جریان­های همراه با جدایش
* عملکرد مناسب در نواحی با گرادیان فشار معکوس

رمزی[[9]](#footnote-9) و اسپالارت[[10]](#footnote-10) نشان دادند که در مدل آشفتگی، متغیرهای آشفتگی در ورودی جریان­های آیرودینامیکی، کاهش غیرفیزیکی پیدا می­کنند به نحوی که این کاهش غیرفیزیکی حتی می­تواند بر پایداری و دقت حلگر نیز تاثیر منفی بگذارد]10[. آنها همچنین مشاهده کردند که کاهش غیرفیزیکی  و  سریع­تر از کاهش  می­باشد. بنابراین آنها به منظور کنترل این کاهش­های غیرفیزیکی پیشنهاد دادند که ترم­هایی به بخش چشمه معادلات آشفتگی اضافه شوند. با اضافه شدن این ترم­ها، کاهش غیرفیزیکی متغیرهای آشفتگی در ورودی جریان­های آیرودینامیکی کنترل می­شود و پایداری حلگر افزایش پیدا می­کند. درباره این ترم­ها و معادلات حاکم بر مدل  در ادامه توضیح داده خواهد شد]10[.

* 1. معادلات حاکم

در مدل ، همانند مدل، دو معادله انتقال برای دو متغیر و ، که به صورت زیر تعریف می­شوند نوشته می­شود ]11[

1. 
2. 

، انرژی جنبشی آشفتگی می­باشد و  نیز فرکانس آشفتگی با واحد  است، همچنین  مقادیر نوسانی[[11]](#footnote-11) سرعت می­باشد. معادله انتقال در مدل در فرم تانسوری، به صورت زیر نوشته می­شود ]2222[:

1. 

در این معادله، لزجت مولکولی سیال می­باشد و  نیز لزجت گردابه­ای می­باشد. همچنین  بیانگر میزان تولید انرژی جنبشی آشفتگی[[12]](#footnote-12)، ناشی از اندرکنش میان جریان متوسط[[13]](#footnote-13) و میدان جریان آشفته است که بصورت زیر می باشد:

1. 

ترم  در معادله ‏(3) نیز، میزان استهلاک انرژی جنبشی آشفتگی[[14]](#footnote-14) را نشان می­دهد. ترم  نیز همان ترم کنترل­کننده کاهش غیرفیزیکی  می­باشد و مقدار  و  نیز به قرار زیر می­باشند]111[:

1. 

بنابراین، از منظر فیزیکی، معادله ‏(3) را می­توان به نحو زیر تعبیر کرد:

**کنترل کننده کاهش () + استهلاک () - نرخ تولید () + پخش () = جابجایی () + نرخ تغییرات زمانی ()**

معادله انتقال برای متغیر دوم، یعنی، نیز در فرم تانسوری به صورت زیر می­باشد [1]:

1. 

این معادله را نیز از منظر فیزیکی می­توان به نحو زیر تعبیر کرد:

**کنترل کننده کاهش () + استهلاک () - نرخ تولید () + پخش () = جابجایی () + نرخ تغییرات زمانی ()**

ثوابت موجود در این معادلات از طریق رابطه خطی زیر محاسبه می­گردند:

1. 

بعنوان نمونه برای محاسبه  می­نویسیم:

1. 

که در این رابطه، ثوابت  مربوط به مدل می­باشد و می تواند هر کدام از مقادیر زیر باشد:

1. 

و ثوابت  که مربوط به مدل می­باشد نیز به صورت زیر است:

1. 

محاسبه درست تابع ترکیب  در مدل نقشی اساسی در مدل­سازی صحیح آشفتگی دارد. رابطه ارائه شده برای تابع ترکیب بر اساس فاصله از نزدیکترین دیوار به صورت زیر می­باشد:

1. 

که در این رابطه داریم:

1. 

که در آن  فاصله از نزدیکترین دیوار می­باشد. همچنین:

1. 

پس از حل معادلات انتقال مربوط به و  باید مقدار لزجت گردابه­ای () را محاسبه کرد. در مدل  مقدار لزجت گردابه­ای با استفاده از یک محدود کننده[[15]](#footnote-15) به دست می­آید. منتر در مقاله­اش بصورت مبسوط مبرهن ساخته که استفاده از این محدود کننده باعث می شود که مقدار لزجت گردابه­ای در نواحی نزدیک به نقطه سکون به صورت غیرفیزیکی افزایش پیدا نکند [1].

1. 

که در این رابطه  بیانگر اندازه وورتیسیتی[[16]](#footnote-16) در هرنقطه می­باشد که به صورت زیر محاسبه می­گردد:

1. 

و  برابر است با:

1. 

در نهایت اندازه ورتیسیتی در مختصات دکارتی به صورت زیر قابل محاسبه می­باشد:

1. 

 نیز همانند ، یک تابع ترکیب است که به صورت زیر محاسبه می­گردد:

1. 
   1. بی بعد سازی معادلات حاکم

یکی از ملاحظات مهم در حل عددی، بی­بعد سازی معادلات حاکم می­باشد. از آنجا که معادلات بکار رفته برای جریان اصلی بی­بعد شده اند، بنابراین در اینجا نیز باید معادلات بی­بعد شوند چرا که باید مقادیر بی­بعد به معادلات اصلی جریان معرفی شود. بدین منظور جهت بی­بعد سازی معادلات حاکم از پارامترهای زیر استفاده می کنیم [5]:

1. 

در این روابط متغیرهایدار، متغیرهای بابعد هستند و زیرنویسمعرف کمیت­های جریان آزاد می­باشند. همچنین ، طول مشخصه مسئله می­باشد. توجه شود که پارامترهای بی بعد سازی برای این معادلات باید دقیقا همان پارامترهایی باشد که برای بی بعد سازی معادلات جریان اصلی استفاده شده است. توجه شود که در اینجا  دارای بعد فرکانس می باشد.

**2-2-1- بی­بعد سازی معادله **

در اینجا لازم است یادآوری شود که معادلات مربوط به مدل حاضر به صورت با­بعد بوده­اند که تنها به دلیل سادگی بالانویس \* از آنها حذف شده بود. بنابراین با جایگذاری پارامترهای بی­بعد سازی ذکر شده در معادله ‏(18)، شکل بی­بعد این معادله به صورت زیر به دست می­آید:

1. 

با کمی عملیات جبری معادله مربوط به  به صورت زیر در می­آید:

1. 
2. 

با استفاده از اعداد بی بعد رینولدز[[17]](#footnote-17) و ماخ[[18]](#footnote-18) نیز می توان نوشت:

1. 

بنابراین با جایگذاری در معادله ‏(19)، شکل بی­بعد معادله  به صورت زیر به دست می­آید:

1. 

**2-2-2- بی­بعد سازی معادله **

همانند حالت قبل، با جایگذاری پارمترهای بی­بعد سازی ارائه شده در معادله ‏(18) و انجام پاره­ای عملیات جبری، شکل بی­بعد شده معادله  حاصل می­شود:

1. 
2. 
3. 
4. 

**2-2-3- بی­بعد سازی سایر عبارت ­ها**

علاوه بر معادلات مدل آشفتگی، شکل بی­بعد شده لزجت گردابه­ای نیز به صورت زیر می­باشد:

1. 

مقدار بی­بعد شده  و  به صورت زیر می­باشند:

1. 
   1. شرایط مرزی

اعمال شرایط مرزی مناسب در مدل نقشی اساسی در شبیه­سازی صحیح و دقیق جریان­های آشفته دارد. رمزی[[19]](#footnote-19) و اسپالارت[[20]](#footnote-20) نشان داده­اند که انتخاب شرایط مرزی نادرست در مدل­های آشفتگی و علی­الخصوص مدل می­تواند منجر به نتایج غیرفیزیکی و نادرست و یا حتی ناپایداری حل­گر شود [7]. لذا اعمال شرایط مرزی، یکی از مهمترین مراحل در شبیه­سازی جریان آشفته می­باشد. شرایط مرزی متغیرهای آشفتگی در مدل برای جریان­های داخلی[[21]](#footnote-21) و خارجی[[22]](#footnote-22) دارای تفاوت­هایی می­باشد که در ادامه به آنها پرداخته می­شود:

**2-3-1- شرط مرزی دیوار**

بر روی دیواره در جریان­های داخلی و خارجی مقادیر زیر به عنوان شرایط مرزی در نظر گرفته می شوند [1]:

1. 

که ، فاصله سلول اول از دیوار می­باشد. شکل بی بعد شده آن بصورت زیر می باشد:

1. 

**2-3-2- شرط مرزی ورودی**

در ورودی جریان­های داخلی شرایط مرزی به نحو زیر می باشد [5]:

1. 

در جریان­های خارجی نیز شرایط مرزی مطابق رابطه زیر پیشنهاد شده است [7]:

1. 

**2-3-3- شرط مرزی خروجی**

در خروجی جریان­های داخلی و خارجی، معمولا مشتق اول تمامی متغیرها، عمود بر مرز برابر صفر قرار داده می شود [5].

1. 
   1. شرایط اولیه

شرایط اولیه متغیرهای آشفتگی در اکثر مسائل، برابر شرایط مرزی ورودی قرار داده می­شود [5]، بنابراین برای جریان­های داخلی داریم:

1. 

و به نحو مشابه برای جریان­های خارجی، شرط اولیه مطابق زیر محاسبه می گردد:

1. 
   1. شکل ماتریسی معادلات آشفتگی

جهت حل عددی و گسسته­سازی معادلات آشفتگی، راحت­تر است که این معادلات را به صورت ماتریسی بنویسم. به این منظور معادلات بی­بعد شده ‏(23) و ‏(27) به فرم ماتریسی زیر بازنویسی می­شوند:

1. 

در این رابطه  و ، بیانگر بخش­های جابجایی[[23]](#footnote-23) می­باشند،  و  بیانگر بخش­های پخش­شوندگی[[24]](#footnote-24) و  ترم چشمه[[25]](#footnote-25) می­باشد. هرکدام از این بخش­ها به صورت زیر می­باشند:

1. 
   1. نحوه گسسته سازی حجم محدود معادلات

در روش حجم محدود، اولین قدم در گسسته­سازی معادلات، انتگرال­گیری از شکل بقایی معادلات بر روی یک حجم کنترل می­باشد. برای این کار معادله ‏(36) را در نظر بگیرید. با انتگرال گیری از این معادله بر روی یک سلول محاسباتی خواهیم داشت [8]:

1. 

در ترم (1)، مقدار  بر روی یک حجم کنترل ثابت فرض می شود در نتیجه می توان ترم (1) را به صورت زیر ساده کرد:

1. 

که در این رابطه  مساحت حجم کنترل می­باشد.

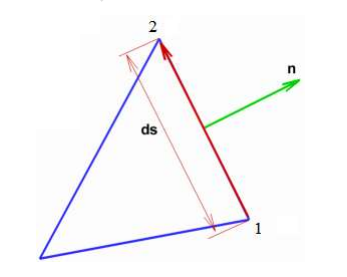
برای ترم (2) و (3)، از قضیه گوس استفاده می شود. مطابق قضیه گوس[[26]](#footnote-26)، می­توان انتگرال روی سطح را به انتگرال روی مرزها تبدیل نمود:

1. 

که در این رابطه، بردار عمود بر مرز حجم کنترل می باشد:

1. 

و نیز طول قطاع­های تشکیل­دهنده مرزهای حجم کنترل می­باشد. مطابق شکل زیر:



1. طول قطاع و بردار عمود بر مرز حجم کنترل

بنابراین با تعریف ، می­توان ترم (2) را به صورت زیر نوشت:

1. 

در این رابطه،  تعداد اضلاع تشکیل دهنده هر یک از سلول های محاسباتی می­باشد.

ترم چشمه را نیز می­توان به صورت زیر ساده کرد:

1. 

بنابراین درنهایت می­توان معادله ‏(38) را به صورت زیر بازنویسی کرد:

1. 

نحوه گسسته­سازی مکانی بخش جابجایی و بخش پخش­شوندگی در زیربرنامه­های مربوطه به نحو مبسوط توضیح داده خواهد شد.

* 1. گسسته سازی زمانی

معادله ‏(44) را می توان به فرم یک معادله دیفرانسیل معمولی[[27]](#footnote-27) به صورت زیر بازنویسی کرد:

1. 

در این تحقیق، به منظور افزایش دقت و پایداری از روش صریح چند مرحله­ای رانگ-کوتای[[28]](#footnote-28) مرتبه چهار جهت گسسته­سازی زمانی استفاده شده است. البته جهت بدست آوردن حل جریان­های دائم، می­توان از گام زمانی موضعی[[29]](#footnote-29) استفاده نمود که سرعت همگرایی را تا حد زیادی بهبود می­بخشد. شکل کلی اعمال الگوریتم m مرحله­ای رانگ-کوتا به صورت زیر می­باشد [9]:

1. 

در این رابطه بالانویس نشان­دهنده گام زمانی می­باشد و بالانویس نشان­دهنده مرحله رانگ-کوتا می­باشد. مقدار استاندارد ضرایب  تا  از رابطه زیر محاسبه می­گردد:

1. 

در این تحقیق از روش چهارمرحله­ای استفاده شده است.

1. بخش­های زیربرنامه

در این قسمت تمام بخش های زیربرنامه مطابق با شماره گذاری موجود در برنامه کامپیوتری ارائه شده است.

1. تعیین ثوابت موجود در مدل 

در این قسمت، ثوابت موجود در مدل  با توجه به روابط ‏(8) و ‏(9) مشخص شده است.

1. مقداردهی به آرایه­های مربوط به زمان قبل

در این قسمت، مقادیر بقایی مربوط به زمان قبل جایگذاری می­شوند. همچنین مقدار لزجت آشفتگی مربوط به زمان قبل نیز جهت محاسبه مقدار باقیمانده، جایگذاری می­شود.

1. حل معادلات آشفتگی در حلقه مربوط به روش رانگ-کوتا

در یک حلقه به تعداد مراحل روش رانگ-کوتا معادلات  و  حل خواهند شد.

1. محاسبه ضرایب روش رانگ-کوتا

با استفاده از معادله ‏(47)، ضریب هرکدام از مراحل روش رانگ-کوتا محاسبه می­گردد.

1. محاسبه شرایط مرزی

در این قسمت، کلیه شرایط مرزی با فراخوانی زیربرنامه KwSST\_BC تعیین می­گردند.

1. محاسبه مشتق سرعت در مرکز سلول

در این قسمت، با فراخوانی زیربرنامه Velocity\_CellGrad، مشتق اول مولفه­های سرعت در مرکز همه سلول­ها محاسبه می­شوند.

1. محاسبه مشتق متغیرهای توربولانسی در مرکز سلول

در این قسمت، با فراخوانی زیربرنامه Kw\_CellGrad، مشتق اول متغیرهای آشفتگی  و  در مرکز همه سلول­ها محاسبه می­شوند.

1. محاسبه مشتق متغیرهای آشفتگی روی اضلاع سلول­

در این قسمت، با فراخوانی زیربرنامه KFi\_FaceGrad، مشتق اول متغیرهای آشفتگی  و  روی تمام اضلاع محاسبه می­شوند. این زیربرنامه بصورت کلی و برای تمام مدل های آشفتگی دو معادله ای تدوین شده است. از آنجا که یکی از مواردی که باید در مرزهای تقارن و مرز خروجی رعایت شود، صفر بودن گرادیان در راستای عمود بر مرز می باشد بنابراین در اینجا باید مقدار گرادیان های اضلاع مرزی تقارن و خروجی را برابر صفر قرار دهیم

1. محاسبه ثوابت و توابع موجود در مدل 

در این قسمت با فراخوانی زیربرنامه KwSST\_Func، ثوابت و توابع ارائه شده در روابط ‏(6)، ‏(10)، ‏(12)، ‏(17) و ‏(28) محاسبه می­شوند.

1. محاسبه بخش جابجایی

در این قسمت با فراخوانی زیربرنامه KFi\_Con، مقدار بخش جابجایی محاسبه می­شود. بخش جابجایی به صورت بالادست گسسته­سازی شده است.

1. محاسبه بخش پخش­شوندگی

در این قسمت با فراخوانی زیربرنامه KwSST\_Dif، مقدار بخش پخش­شوندگی محاسبه می­شود. بخش پخش­شوندگی به صورت مرکزی گسسته­سازی شده است.

1. محاسبه ترم چشمه

در این قسمت با فراخوانی زیربرنامه KwSST\_Sust\_Source، ترم چشمه محاسبه می­شود.

1. محاسبه مقادیر توربولانسی تمام سلول­های شبکه و لزجت توربولانسی

در یک حلقه تکرار بر روی تمامی سلول­های شبکه، مقادیر توربولانسی یعنی  و  تمام سلول­ها محاسبه می­گردد. در اینجا پیشروی در زمان با استفاده از روش رانگ-کوتا انجام می شود.

1. اطمینان از مثبت بودن متغیرهای آشفتگی

در صورتی که مقدار هرکدام از متغیرهای آشفتگی منفی شد، مقدار مثبت زمان قبل جایگزین آن می­شود. به این ترتیب اطمینان حاصل می­شود که متغیرهای آشفتگی همواره مثبت هستند.

1. محاسبه اندازه وورتیستی

اندازه ورتیسیتی با استفاده از رابطه ‏(16) محاسبه می­شود.

1. محاسبه لزجت آشفتگی

لزجت آشفتگی با استفاده از رابطه ‏(28) محاسبه می­شود.

1. مراجع

|  |  |
| --- | --- |
| [1] | F. R. Menter, "Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications," *AIAA Journals,* vol. 32, pp. 1598-1605, 1994. |
| [2] | D. C. Wilcox, "Reassessment of the Scale-Determining Equation for Advanced Turbulence Models," *AIAA Journal,* vol. 26, no. 11, pp. 1299-1310, 1988. |
| [3] | D. C. Wilcox, Turbulence Modeling for CFD, 2006. |
| [4] | B. E. Launder and B. I. Sharma, "Application of the Energy Dissipation Model of Turbulence to the Calculation of Flow Near a Spinning Disc," *Letters in Heat and Mass Transfer,* vol. 1, no. 2, pp. 131-138, 1974. |
| [5] | H. K. Vesteeg and W. Malalasekera, An Introduction to Computational Fluid Dynamics, 2007. |
| [6] | W. Rodi, Turbulence models and their application in hydraulics, CRC Press, 1993. |
| [7] | P. R. Spalart and C. L. Ramsey, "Effective Inflow Conditions for Turbulence Models in Aerodynamic Calculations," *AIAA Journal,* vol. 45, pp. 2544-2553, 2007. |
| [8] | K. A. Hoffmann and S. T. Chiang, Computational Fluid Dynamics Vol 3, 2000. |
| [9] | D. A. Anderson, J. C. Tannehill and R. H. Pletcher, Computational fluid dynamics and heat transfer, Washington: Hemisphere, 1984. |
| [10] | P. R. Spalart and C. L. Ramsey, "Effective Inflow Conditions for Turbulence Models in Aerodynamic Calculations," *AIAA Journal,* vol. 45, pp. 2544-2553, 2007. |
| [11] | W. Rodi, Turbulence models and their application in hydraulics, CRC Press, 1993. |

1. Menter [↑](#footnote-ref-1)
2. Free Stream [↑](#footnote-ref-2)
3. Blending Function [↑](#footnote-ref-3)
4. Wall function [↑](#footnote-ref-4)
5. Low Reynolds Number [↑](#footnote-ref-5)
6. Transitional Point [↑](#footnote-ref-6)
7. Fully Turbulent [↑](#footnote-ref-7)
8. Stagnation Point [↑](#footnote-ref-8)
9. [↑](#footnote-ref-9)
10. [↑](#footnote-ref-10)
11. Fluctuating Velocity [↑](#footnote-ref-11)
12. Production of Turbulent Kinetic Energy [↑](#footnote-ref-12)
13. Mean Flow [↑](#footnote-ref-13)
14. Dissipation of Turbulent Kinetic Energy [↑](#footnote-ref-14)
15. Limietr [↑](#footnote-ref-15)
16. Vorticity Magnitude [↑](#footnote-ref-16)
17. Reynolds Number [↑](#footnote-ref-17)
18. Mach Number [↑](#footnote-ref-18)
19. Ramsey [↑](#footnote-ref-19)
20. Spalart [↑](#footnote-ref-20)
21. Internal Flow [↑](#footnote-ref-21)
22. External Flow [↑](#footnote-ref-22)
23. Convective Term [↑](#footnote-ref-23)
24. Diffusion Term [↑](#footnote-ref-24)
25. Source Term [↑](#footnote-ref-25)
26. Guass Theorem [↑](#footnote-ref-26)
27. Ordinary Differential Equation [↑](#footnote-ref-27)
28. Multi-Stage Runge-Kutta Method [↑](#footnote-ref-28)
29. Local Time Step [↑](#footnote-ref-29)